Guía 1: Taller PDT Matemática

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Curso: 3° M | Fecha:  | Calificación: | Puntaje Ideal: 18 | Puntaje Obtenido: |

Nombre del estudiante:

|  |  |
| --- | --- |
| Objetivo de aprendizaje | Indicadores de Evaluación |
| MA2M OA 02**Objetivo de la Guía:**Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos | Los estudiantes resuelven problemas con las operatorias esenciales de la aritmética, para dar paso a la comprensión de operatorias como potencias, raíces y logaritmos. |

|  |
| --- |
| Instrucciones:* Resuelva los ejercicios de evaluación según lo visto en clases
* Cualquier pregunta se realiza en clase o vía correo (profesoraravenapumanque4medio@gmail.com).
* Fecha de entrega: **Miércoles 07/04**
 |

# Conjunto de los Números Naturales

## Conjunto de los Números Naturales

El conjunto cuyos elementos son 1, 2, 3, 4, … recibe el nombre de conjunto de los números naturales y se denota por $N$. Así

$$N=\left\{1, 2, 3, 4, 5,…\right\}$$

Algunos subconjuntos de $N$ son:

* Conjunto de los **números pares**. Son todos los números **m**, tal que **m** = 2**p**, con **p**$ \in $ $N$

Ejemplos: 6 es un número par puesto que **6** = 2**3** ; 20 también es un número par dado que **20** = 2**10**, etc.

* Conjunto de los **números impares**. Son aquellos números **n**, tal que **n** = 2**p** + **1** (o 2**p** – **1**), con **p**$ \in $ $N$ .

Ejemplo: 5 es un número impar pues $2∙2+1=5, o bien, 2∙3-1=5$.

* Conjunto de los **números primos**. Son aquellos números que admiten sólo dos divisores distintos: el 1 y el mismo número.

Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …

Todo número que no sea primo (a excepción del 1) se denomina número compuesto y se puede descomponer de manera única en factores primos.

## Conjunto de los Números Enteros

El conjunto cuyos elementos son …, - 3, - 2, - 1, 0 , 1, 2, 3, … recibe el nombre de conjunto de los números enteros y se denota por $Z$. Así,

$$Z=\left\{…, - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4,…\right\}$$

Observación: El concepto de paridad (e imparidad) se extiende al conjunto de los números enteros. Desde este punto de vista, son también números pares 0, – 2, – 4, etc. y números impares – 1, – 3, – 5, etc.

## Valor Absoluto

Se define el **valor absoluto** de un número **n** como



Así, por ejemplo:

$$\left|5\right|=5 pues 5 es mayor o igual a cero$$

$$\left|-5\right|=-(-5)= 5 pues - 5 es menor que cero$$

$$\left|-5\right| – \left|-3\right| + \left|4\right| = 5 – 3 + 4 = 6$$

En consecuencia, siempre el valor absoluto de un número será positivo, pudiéndose considerar geométricamente como la distancia que hay entre el número y el cero.



## Conjunto de los Números Racionales

Se define el conjunto de los números racionales como el conjunto que reúne a todos aquellos números que se pueden expresar como el cociente de dos números enteros.

$$Q=\left\{ \frac{p}{q} / p, q \in Z, con q\ne 0 \right\}$$

Así, son números racionales los números: naturales, enteros, decimales finitos, decimales infinitos periódicos y decimales infinitos semiperiódicos, pues todos ellos se pueden escribir como el cociente de dos números enteros.

Observación: Si en una fracción el numerador es menor que el denominador la fracción se denomina fracción propia (3/4, por ejemplo) y si el numerador es mayor o igual que el denominador se llama fracción impropia (7/5, por ejemplo). Toda fracción impropia se puede escribir como número mixto

## Operatoria con números racionales en su forma fraccionaria

***Adición y sustracción***

Para sumar o restar números racionales en su forma fraccionaria es necesario que tengan igual denominador. En caso de no tenerlos, normalmente se calcula el mínimo común múltiplo de ellos para alcanzar dicha condición.

Ejemplos:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4}= \frac{8}{4}=2$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3·3 + 2·5}{12} = \frac{9 + 10}{12} = \frac{19}{12}$$

En caso de no calcular el mínimo común múltiplo se puede proceder como se indica a continuación

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}=\frac{a·d \pm b·c}{b·d}$$

Observaciones:

* El inverso aditivo u opuesto de un número racional (o de cualquier número) es otro número que sumado con el original es igual al neutro aditivo, que es el cero.

Así, por ejemplo, el inverso aditivo de $\frac{3}{4}$ es $-\frac{3}{4} $, pues $\frac{3}{4}$ + $–\frac{3}{4}$ = 0

* El número mixto $A\frac{b}{c} $, se escribe en su forma fraccionaria de la siguiente manera



Ejemplos:

1. $ 3\frac{2}{5} = \frac{3·5+2}{5} = \frac{17}{5}$

 $2) -3\frac{2}{5} = -\frac{3·5+2}{5} = -\frac{17}{5}$

Notar que el número mixto $A\frac{b}{c}$ es equivalente a $A+\frac{b}{c}$

***Producto***

$$Si \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q , entonces \frac{a}{b} · \frac{c}{d} = \frac{a·c}{b·d} $$

Ejemplo:$ \frac{2}{5} · \frac{3}{7} = \frac{2·3}{5·7} = \frac{6}{35}$

Observaciones:

* Antes de efectuar un producto, por lo general, es conveniente simplificar.
* El inverso multiplicativo o recíproco de un número racional (o de cualquier número) es otro número que multiplicado con el original es igual al neutro multiplicativo, que es el uno.

Así, por ejemplo, el inverso multiplicativo de $-\frac{3}{4}$ es $-\frac{4}{3} $, pues $-\frac{3}{4}$ · $-\frac{4}{3}$ = 1

***División***

$$Si \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q , entonces \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}·\frac{d}{c}=\frac{a·d}{b·c}$$

Ejemplo:$ \frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} · \frac{7}{3} = \frac{2·7}{5·3} = \frac{14}{15}$

## Prioridad de las operaciones

Al realizar distintas operaciones a la vez, se debe respetar el siguiente orden:

* Resolver los paréntesis.
* Realizar las potencias.
* Realizar multiplicaciones y/o divisiones de izquierda a derecha
* Realizar adiciones y/o sustracciones de izquierda a derecha.

$$3 – \left\{2 – \left[1 – (12:4·3)\right] – 3^{2}\right\}=$$

$$3 – \left\{2 – \left[1 – (3·3)\right] – 3^{2}\right\}=$$

$$3 – \left\{2 – \left[1 – (9)\right] – 3^{2}\right\}=$$

$$3 – \left\{2 – \left[–8\right] – 9\right\}$$

$$3 – \left\{2 + 8–9\right\}$$

$$3 – \left\{1\right\}$$

$$2$$

## Relación de Orden en los Números Racionales

$$Si \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q con b y d \in Z^{+}, entonces \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} ⇔ ad \geq bc$$

Ejemplo

$$\frac{3}{4} \geq \frac{7}{10} pues 3∙10 \geq 4∙7$$

También se pueden comparar números racionales en su forma fraccionaria igualando numeradores, igualando denominadores o convirtiéndolos a números decimales.

Ejemplo

Ordene en forma decreciente los siguientes números

$$ x=\frac{3}{5} , y=\frac{7}{4} , z=\frac{2}{3}$$

***Igualando numeradores*:** el mínimo común múltiplo entre 3, 7 y 2 es 42, por lo que debemos amplificar la primera fracción por 14, la segunda por 6 y la tercera por 21.

$$x = \frac{3}{5} ∙ \frac{14}{14} = \frac{42}{70} , y = \frac{7}{4} ∙ \frac{6}{6} = \frac{42}{24} , z = \frac{2}{3} ∙ \frac{21}{21} = \frac{42}{63}$$

Como todos los numeradores son iguales, aquella fracción que posea el menor denominador será la fracción mayor. Luego, y > z > x

***Igualando denominadores*:** el mínimo común múltiplo entre 5, 4 y 3 es 60, por lo que debemos amplificar la primera fracción por 12, la segunda por 15 y la tercera por 20.

$$x = \frac{3}{5} ∙ \frac{12}{12} = \frac{36}{60} , y = \frac{7}{4} ∙ \frac{15}{15} = \frac{105}{60} , z = \frac{2}{3} ∙ \frac{20}{20} = \frac{40}{60}$$

Como todos los denominadores son iguales, aquella fracción que posea el mayor numerador será fracción mayor. Luego, y > z > x

***Convirtiendo a números decimales:*** Podemos convertir las fracciones en decimales para comparar:

$$x = \frac{3}{5} = 0,6 , y = \frac{7}{4} = 1,75 , z = 0,666…$$

Al observar los desarrollos decimales se tiene que y > z > x

## Transformación de un número racional de notación decimal a notación fraccionaria

***Decimal finito***

Se escribe en el numerador el número sin considerar la coma y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

Ejemplos

$$0,45 = \frac{45}{100} , 2,385 = \frac{2385}{1000}$$

***Decimal infinito periódico***

Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al periodo y en el denominador un número con tantos nueves como cifras tenga el periodo.

Ejemplos

$$0,\overbar{45} = \frac{45-0}{99} = \frac{45}{99} , 2,\overbar{385} = \frac{2385-2}{999} = \frac{2383}{999}$$

***Decimal infinito semiperiódico***

Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al periodo y en el denominador se escribe un número con tantos nueve como cifras tenga el periodo, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.

Ejemplos

$$0,4\overbar{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90} , 2,38\overbar{5} = \frac{2385-238}{900} = \frac{2147}{900}$$

## Operaciones con números racionales en su forma decimal

***Adición o sustracción de números decimales***

Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

Ejemplo

$$12,45 - 3,256 = 12,450 $$

$$ \overline{- 3,256} $$

$$ 9,194 $$

***Producto de números decimales***

Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final de tal manera que el número de decimales del producto sea la suma de la cantidad de decimales que contengan los números que se multiplican.

Ejemplo



***División de números decimales***

Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10.

Ejemplo

Calcule 4,25 : 0,5. Amplificando por 100 se tiene que 4,25 : 0,5 = 425 : 50 = 8,5

## Aproximaciones a un número racional

***Redondeo***

Para redondear un número decimal finito o infinito se agrega 1 al último dígito que se conserva (redondeo por exceso) si el primero de los dígitos eliminados es mayor o igual a 5; si la primera cifra a eliminar es menor que 5, el último dígito que se conserva se mantiene (redondeo por defecto). Por lo tanto, como ejemplos, bajo esta regla, al redondear a la centésima los números 2,467 y 5,3732 se obtiene 2,47 y 5,37, respectivamente.

***Truncamiento***

Para truncar un número decimal, se consideran como ceros las cifras ubicadas a la derecha de la última cifra a considerar. De esta manera, como ejemplo, si se truncan a las centésimas los números 2,467 y 5,3732 se obtiene 2,46 y 5,37, respectivamente.

***Estimación***

Realizar un cálculo estimativo, consiste en efectuarlo con cantidades aproximadas por redondeo a las dadas, reemplazando dígitos distintos de ceros por ceros, dejando la cantidad de cifras significativas que se indique (la que generalmente es una). Así, al estimar con una cifra el número 19.990 se obtendrá 20.000.

# Evaluación

**IMPORTANTE:** Estos ítem son los que serán calificados y deberás entregar en la fecha señalada.

1. Si al entero (–1) le restamos el entero (–3), resulta
2. –2
3. 2
4. 4
5. –4
6. ninguno de los valores anteriores.

2. (1 + 5) – 32 + 8 : 2 · 2

1. –5
2. –1
3. 1
4. 5
5. 15
6. El orden de los números $a =$ $\frac{2}{3}$ , $b =$ $\frac{5}{6}$ y $c =$ $\frac{3}{8}$
7. a < b < c
8. b < c < a
9. b < a < c
10. c < a < b
11. c < b < a
12. ¿Cuáles de las siguientes operaciones dan como resultado 41?
13. $2^{4} + 5^{2}$
14. $6∙7 - 1$
15. $7^{2} - 2^{3}$
16. Sólo I y II
17. Sólo I y III
18. Solo II y III
19. I, II y III
20. Ninguna de ellas

5. Dados los racionales $p= \frac{19}{13} , q= \frac{3}{2} y r= \frac{37}{26}$ , entonces se cumple que

1. p > r > q
2. r > p > q
3. r > q > p
4. p > q > r
5. q > p > r
6. Juan dispone de $ 6.000 para gastar en entretención. Si se sabe que cobran $ 1.000 por jugar media hora de pool y $ 300 por media hora en internet, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?
7. Juan puede jugar a lo más 3 horas de pool.
8. Juan puede conectarse a lo más 10 horas en internet.
9. Juan puede jugar 1,5 horas de pool y conectarse 5 horas a internet.
10. Sólo III
11. Sólo I y II
12. Sólo I y III
13. Sólo II y III
14. I, II y III
15. Un barril vacío tiene una capacidad de 50 litros. En él se echan 24 litros y se saca la tercera parte de éstos, a continuación, se echan 14 litros y se saca la cuarta parte de lo que queda. ¿Cuántos litros faltan para llenar el barril?
16. 30
17. 27,5
18. 26,5
19. 23,5
20. 22,5

8. $ (30 + 5)^{2}- (30 + 5)(30 - 5)=$

1. 0
2. 50
3. 300
4. 350
5. 450
6. La notación científica de un número se expresa como $a∙10^{n} $, donde 1 ≤ a < 10 y n es entero. Luego, la expresión $\frac{6,25∙10^{-6}}{2,5∙10^{3}}$ escrita en notación científica es
7. $25∙10^{-10}$
8. $2,5∙10^{-11}$
9. $2,5∙10^{-10}$
10. $2,5∙10^{-9}$
11. $0,25∙10^{-8}$