Unidad I. “CINEMÁTICA”. CASOS PARTICULARES

Curso: 2º Medio.

Asignatura: Física.

MRUA

Recordemos que:
Un cuerpo realiza un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.)** cuando su trayectoria es una línea recta y su aceleración es constante.

Casos Particulares

Existen diversos fenómenos que engloban y cumplen con la definición anterior, a los cuales les diremos casos particulares del MRUA, estos son:

- **Caída libre.**
- **Lanzamiento vertical.**
- **Lanzamiento de proyectiles o Lanzamiento parabólico.**

Caída Libre

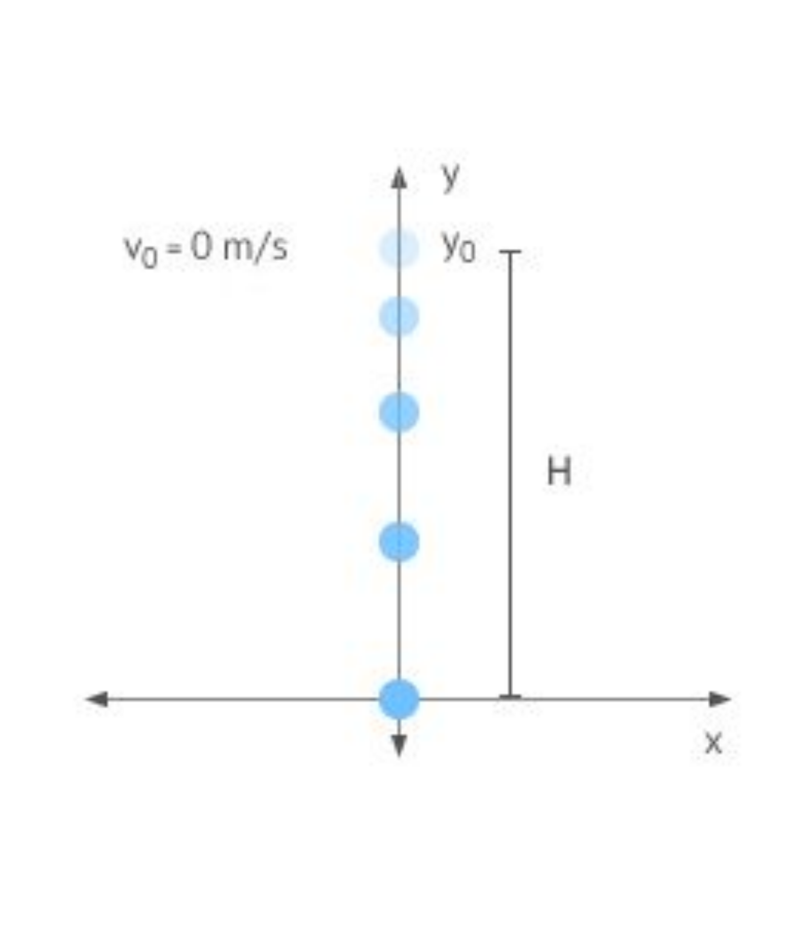
En la caída libre un objeto cae verticalmente desde cierta altura H despreciando cualquier tipo de rozamiento con el aire o cualquier otro obstáculo.

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.) en el que **la aceleración coincide con el valor de la gravedad**.

En la superficie de la Tierra, la aceleración de la gravedad se puede considerar **constante**, dirigida hacia abajo, se designa por la letra **g** y su valor es de **$9{,}8 m/s^2$** (a veces se aproxima por $10\ m/s^2$).

Sistema de Referencia

Para estudiar el movimiento de caída libre normalmente utilizaremos un **sistema de referencia** cuyo origen de coordenadas se encuentra en la parte inferior del esquema y consideraremos el sentido positivo del eje y apuntando hacia arriba.



Ecuaciones

Las ecuaciones de la caída libre son:

$y = H - \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$v = -g \cdot t$
$a = -g$

Donde:

y: La posición final del cuerpo.
v: La velocidad final del cuerpo.
a: La aceleración del cuerpo durante el movimiento.
t: Intervalo de tiempo durante el cual se produce el movimiento.
H: La altura desde la que se deja caer el cuerpo.
g: El valor de la aceleración de la gravedad que, en la superficie terrestre puede considerarse igual a 9.8 m/s^2

Ejemplo

Un vaso de agua situado al borde de una mesa cae hacia el suelo desde una altura de 1.5 m.
Considerando que la aceleración de gravedad es de 10 m/s^2, calcular:

a) El tiempo que está el vaso en el aire.
b) La velocidad con la que impacta en el suelo.

Desarrollo

Datos:
$H = 1.5$ m
Cuando llegue al suelo $y = 0$ m.
$g = 10\ m/s^2$

Para resolver basta con aplicar la ecuación de la posición en caída libre y despejar el tiempo cuando el vaso se encuentra en la posición $y = 0$ m, es decir, cuando ha llegado al suelo:

$$y = H - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$t = 0.55$ segundos

Desarrollo

Datos
H = 1.5 m
Cuando llegue al suelo y = 0 m.
$g = 10\ m/s^2$
Tiempo que tarda en caer al suelo t = 0.55 s

Ya que conocemos el tiempo que tarda en caer al suelo, basta con aplicar la ecuación de la velocidad para ese instante:

$v = -g \cdot t$
$v = 5.5\ m/s$

Ejercicios

1. Un cuerpo cae libremente desde el reposo durante 6 segundos hasta llegar al suelo. Calcular la distancia que ha recorrido.

2. Un tornillo cae accidentalmente desde la parte superior de un edificio, 4 segundos después está golpeando el suelo. ¿Cuál será la altura del edificio?

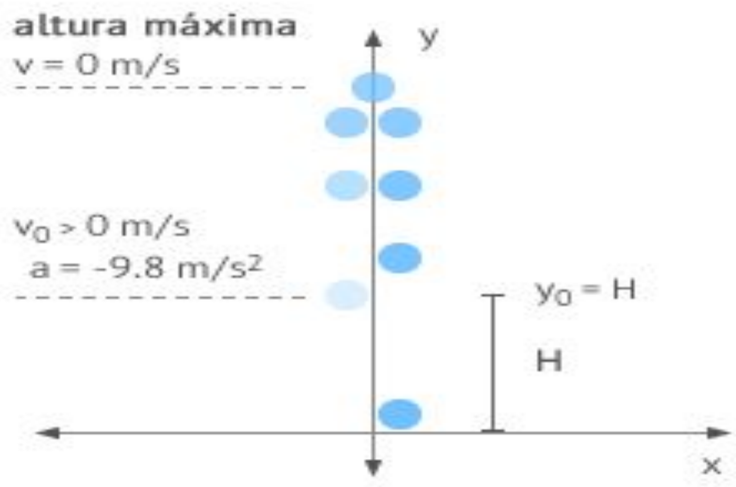
3. Hallar la aceleración de la gravedad en un planeta conociéndose que en éste, cuando un cuerpo es soltado desde una altura de 4m, tarda 1s para golpear en el suelo.

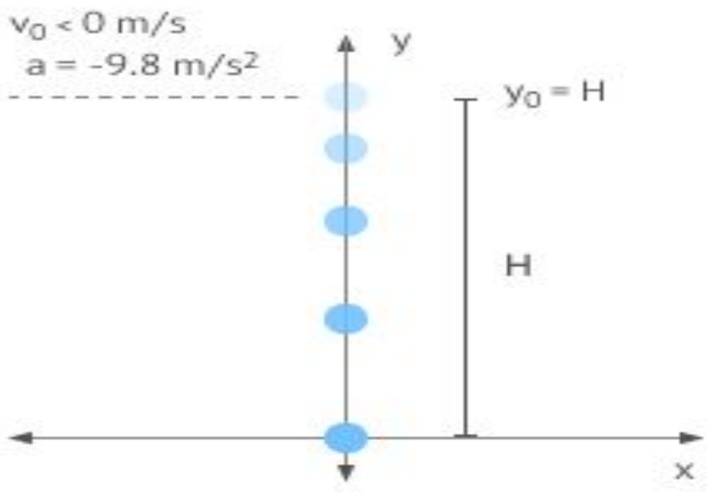
Lanzamiento Vertical

En el lanzamiento vertical un objeto **es lanzado** verticalmente **hacia arriba o hacia abajo** desde cierta altura H despreciando cualquier tipo de rozamiento con el aire o cualquier otro obstáculo.

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.) en el que la **aceleración coincide con el valor de la gravedad**.

En la superficie de la Tierra, la aceleración de la gravedad se puede considerar constante, dirigida hacia abajo, se designa por la letra **g** y su valor es de 9.8 m/s^2.





Lanzamiento Vertical hacia Arriba

El cuerpo se lanza hacia arriba desde una altura H y con una velocidad mayor que 0. A medida que asciende su velocidad va descendiendo hasta que llega a 0 (altura máxima). Desde ese momento su velocidad es negativa y comienza a descender.

Lanzamiento Vertical hacia Abajo

El cuerpo se lanza hacia abajo desde una altura H y con una velocidad menor que 0 que se mantendrá negativa durante todo el recorrido.

Hacia Arriba

Lanzamos el cuerpo hacia arriba y por tanto velocidad inicial es positiva **($v_0>0$)**.
En este caso las ecuaciones del lanzamiento vertical hacia arriba son:

$y=H + v_0 t - ½ g \cdot t^2$
$v=v_0 - g \cdot t$
$a=- g$

Hacia Abajo

Lanzamos el cuerpo hacia abajo y por tanto velocidad inicial es negativa **(v_0<0)**. En este caso las ecuaciones del lanzamiento vertical hacia abajo son:

$y = H - v_0 t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$v = -v_0 - g \cdot t$

$a = -g$

Donde:

y: La posición final del cuerpo.
v, v_0: La velocidad final e inicial del cuerpo respectivamente.
a: La aceleración del cuerpo durante el movimiento.
t: Intervalo de tiempo durante el cual se produce el movimiento.
H: La altura desde la que se lanza el cuerpo.
g: El valor de la aceleración de la gravedad que, en la superficie terrestre puede considerarse igual a 9.8 m/s^2

Ejemplo

Un equilibrista se encuentra sobre una plataforma situada a 12 metros de altura. Practicando juegos malabares con 2 esferas, tiene un traspiés y lanza verticalmente cada una de ellas a 9 m/s, **una de ellas hacia arriba y que llamaremos A y otra hacia abajo que llamaremos B**. Considerando que la gravedad es 10 m/s^2, calcular:

a) El tiempo que permanecen en el aire.
b) La velocidad con que llegan al suelo.
c) La altura máxima que alcanzó la bola A.

mi-aula® Una Nueva Forma de Aprender

Desarrollo

Para resolver este ejercicio estudiaremos cada esfera por separado, ya que cada una de ellas experimenta un movimiento distinto:

A. Lanzamiento Vertical hacia Arriba.

B. Lanzamiento Vertical hacia Abajo.

a) Datos

$H = 12$ m
$v_0 = 9$ m/s
$g = 10$ m/s^2

En ambos casos, para calcular el tiempo que permanecen en el aire deberemos conocer el instante en el que tocan el suelo, es decir cuando su posición y=0 m. Sustituyendo en las ecuaciones de posición del movimiento vertical.

Esfera A:

$$y_A = H + v_0 \cdot t_A - ½ \cdot g \cdot t_A^2$$

$$0 = 12 + 9 \cdot t_A - 5 \cdot t_A^2$$

$$t_A = 2.69 \text{ s}$$

Esfera B:

$$y_B = H - v_0 \cdot t_B - ½ \cdot g \cdot t_B^2$$

$$0 = 12 - 9 \cdot t_B - 5 \cdot t_B^2$$

$$t_B = 0.9 \text{ s}$$

b) Datos

$H = 12$ m.
$v_0 = 9$ m/s
$g = 10$ m/s
$t_A = 2.69$ s.
$t_B = 0.9$ s.

Una vez que conocemos el tiempo en que tardan en caer cada una de las esferas podemos utilizar ese tiempo para calcular su velocidad en ese instante.

$$v_A = v_{A0} - g \cdot t_A$$

$$v_A = 9 - 10 \cdot 2.69$$

$$v_A = -17.9 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_{B0} - g \cdot tB$$

$$v_B = -9 - 10 \cdot 0.9$$

$$v_B = -18 \text{ m/s}$$

c) Datos:
$H = 12$ m.

$v_0 = 9$ m/s

$g = 10$ m/s

$t_A = 2.69$ s.

$t_B = 0.9$ s.

La esfera A alcanza la altura máxima cuando su velocidad es 0 m/s.
En primer lugar calcularemos el tiempo en que alcanza dicha altura

$$0 = 9 - 10 \cdot t$$

$$t = 0.9 \text{ s.}$$

Una vez que conocemos el tiempo, vamos a calcular la altura máxima:

$$y_{max} = 12 + 9 \cdot 0.9 - 5 \cdot (0.9)^2$$

$$y_{max} = 16.05 \text{ m.}$$

Ejercicio

Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 100 m/s, luego de 4 s de efectuado el lanzamiento, su velocidad es de 60 m/s.

a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

b) ¿En qué tiempo recorre el móvil esa distancia?

c) ¿Cuánto tarda en volver al punto de partida desde que se lo lanzó?

d) ¿Cuánto tarda en alcanzar alturas de 300 m y 600 m?

Lanzamiento de Proyectiles

El movimiento de un proyectil es un ejemplo clásico del movimiento en dos dimensiones con aceleración constante.

Se denomina movimiento parabólico o tiro parabólico al desplazamiento de un objeto cuya trayectoria traza la forma de una parábola.

La gravedad actúa para **influenciar** el movimiento **vertical** del proyectil.

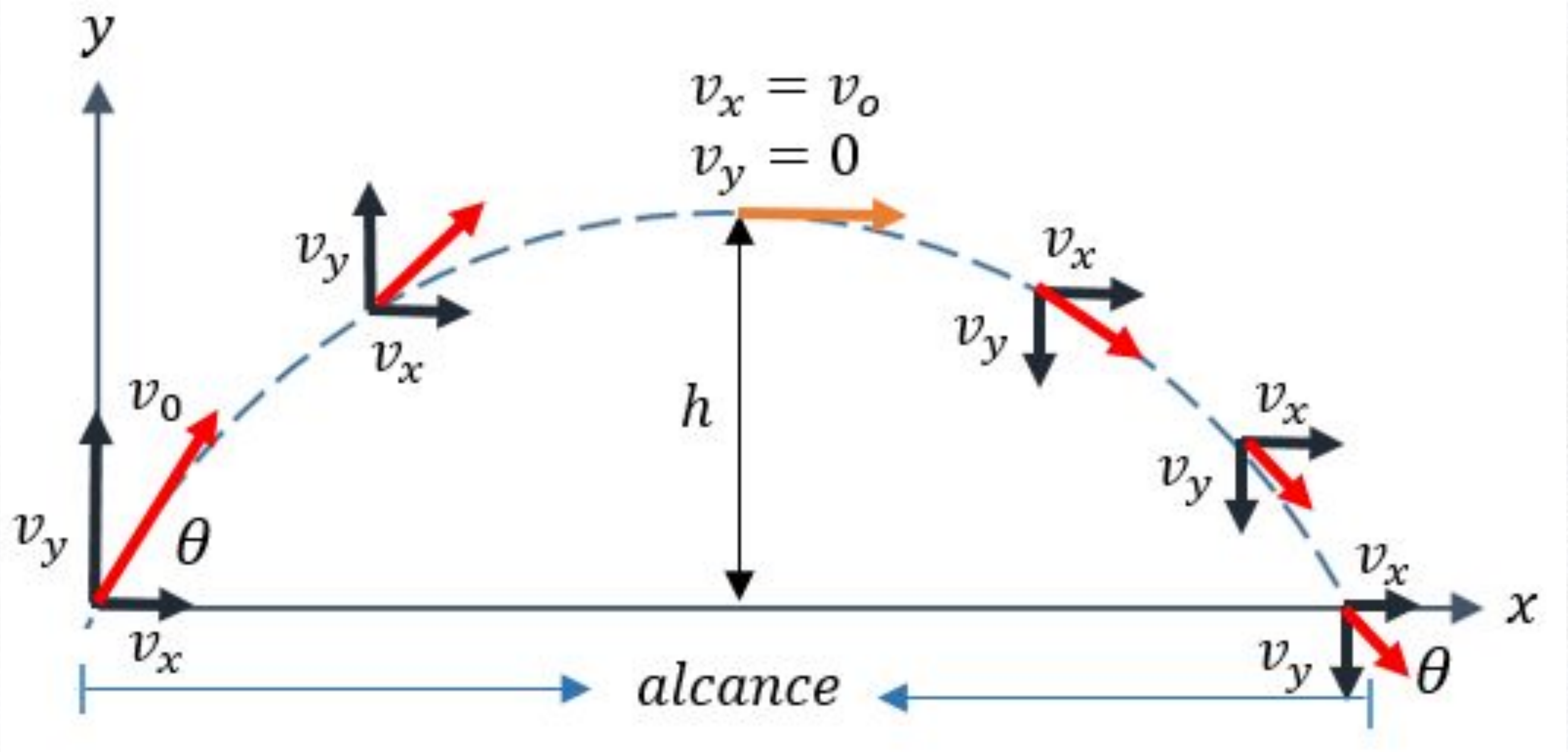
El movimiento horizontal del proyectil es el resultado de la tendencia de cualquier objeto a permanecer en movimiento a velocidad.

Lanzamiento de Proyectiles

El término proyectil se aplica por ejemplo a una bala disparada por un arma de fuego, a un cohete después de consumir su combustible, a un objeto lanzado desde un avión o en muchas actividades deportivas (golf, tenis, fútbol, béisbol, atletismo etc.).

Los fuegos artificiales y las fuentes del agua son ejemplos del movimiento de proyectiles .
El camino seguido por un proyectil se denomina trayectoria .

El estudio del movimiento de proyectiles es complejo debido a la influencia de la resistencia del aire, la rotación de la Tierra, variación en la aceleración de la gravedad.


y
$v_x = v_o$
$v_y = 0$
v_y
v_x
v_0
v_y
θ
h
v_x
v_y
v_x
v_y
v_x
x
v_x
v_y
θ
$alcance$

Análisis

Se examina sólo trayectorias suficientemente cortas para que la fuerza gravitacional se pueda considerar constante en magnitud y dirección.

También hay que analizar no tener en cuenta los efectos de la resistencia del aire.

Estas hipótesis simplificadas constituyen la base de un modelo del problema físico.

Como, en este caso idealizado, la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso considerado constante en magnitud y dirección.

Es mejor referir el movimiento a un sistema de ejes coordenadas rectangulares (x, y).

Se toma el eje x horizontal y el eje y verticalmente hacia arriba.

La componente x de la fuerza que actúa sobre el proyectil es nula y la componente y es el peso del proyectil P = – mg.

Esto es, **la componente horizontal de la aceleración es nula**, y **la componente vertical hacia abajo, es igual a la de un cuerpo que cae libremente**.

Puesto que la **aceleración nula significa velocidad constante**, el movimiento puede definirse como una combinación de **movimiento horizontal con velocidad constante y movimiento vertical con aceleración constante.**

Ejemplos

- El disparo de un proyectil desde el cilindro del cañón hasta el punto de caída u objetivo.
- El chute de un balón de fútbol desde la arquería hasta caer en el campo contrario.
- El chorro de agua de una manguera como las utilizadas por los bomberos para sofocar un incendio.
- El chorro de agua de los aspersores giratorios en un jardín o un parque, arrojando el líquido a su alrededor con una velocidad y ángulo uniformes.
- Un saque de voleibol que hace elevarse la pelota por encima de la red y caer con el mismo ángulo de inclinación del otro lado.
- El rebote de una piedra sobre la superficie del agua trazará pequeñas parábolas cada vez más chicas con cada rebote, hasta que pierda el empuje inicial y se hunda.

Ecuaciones

Posición para el eje x

$x = x_0 + v_x \cdot t$

Posición para el eje y

$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + ½ \cdot a_y \cdot t^2$

Velocidad para el eje x

$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$

Velocidad para el eje Y

$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$

Aceleración para el eje X

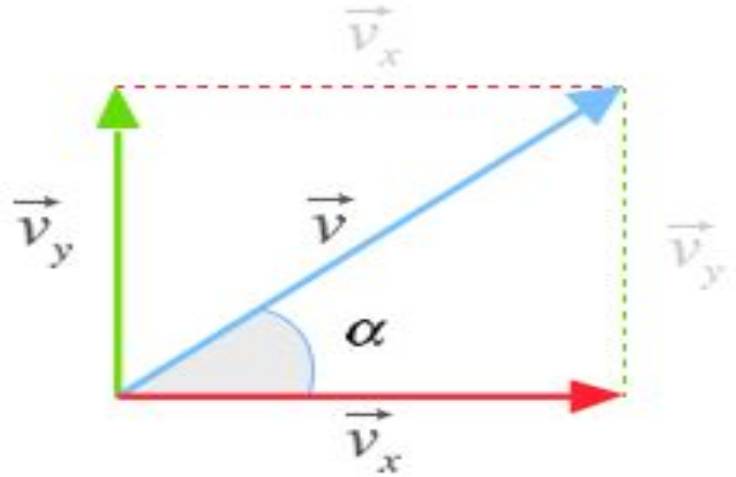
$a_x = 0$

Aceleración para el eje Y

$a_y = - g$

Dado que, como dijimos anteriormente, la velocidad forma un ángulo α con la horizontal, las componentes x e y se determinan recurriendo a las relaciones trigonométricas más habituales.

Para lo cual usaremos las funciones seno, coseno y tangente.



Según las razones trigonométricas

$$v_x = v \cdot \cos\alpha \qquad v_y = v \cdot \sin\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Según el teorema de Pitágoras

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Descomposición del Vector Velocidad

Cualquier vector, incluida la velocidad puede descomponerse en 2 vectores que tienen la dirección de los ejes cartesianos $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$. Los módulos de ambos vectores pueden calcularse a partir del ángulo que crea el vector con la horizontal mediante las expresiones que aparecen en la figura.

Características Importantes

Altura máxima.
Este valor se alcanza cuando la velocidad en el eje y, o sea $v_y = 0$.
A partir de la ecuación de velocidad en el eje vertical, e imponiendo $v_y = 0$, obtenemos el tiempo t que tarda el cuerpo en llegar a dicha altura.
A partir de ese tiempo, y de las ecuaciones de posición, se puede calcular la distancia al origen en el eje x y en el eje y.

Tiempo de vuelo.
Se calcula **igualando a 0 la componente vertical de la posición**.
Es decir, el tiempo de vuelo es aquel para el cual la altura es 0 (se llega al suelo).

Características Importantes

Alcance.
Se trata de la distancia máxima en horizontal desde el punto de inicio del movimiento al punto en el que el cuerpo impacta el suelo.

Ángulo de la trayectoria.
El ángulo de la trayectoria en un determinado punto coincide con el ángulo que el vector velocidad forma **con la horizontal** en ese punto. Para su cálculo obtenemos las componentes v_x y v_y.

$$\tan(\alpha) = (v_y / v_x)$$

$$\alpha = \tan^{-1}(v_y/v_x)$$

$$V_y = v \text{ sen } (\alpha)$$
$$V_x = v \cos(\alpha)$$

Ejemplo

Se lanza un balón con un movimiento de proyectil a una velocidad inicial de 200 m/s y una inclinación, sobre la horizontal, de 30°.
Suponiendo despreciable la pérdida de velocidad con el aire, calcular:

a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza ?

b) ¿A qué distancia del lanzamiento alcanza la altura máxima?

c) ¿A qué distancia del lanzamiento cae el proyectil?

Respuestas

a) 509,68 m.

b) 1.732,05 m.

c) 3.464,1 m.

Ejercicios

Se dispone de un cañón que forma un ángulo de 60° con la horizontal.
El objetivo se encuentra en lo alto de una torre de 26 m de altura y a 200 m del cañón. Determinar:

a) ¿Con qué velocidad debe salir el proyectil?

b) Con la misma velocidad inicial ¿desde qué otra posición se podría haber disparado?

Ejercicios

Un chico patea una pelota contra un arco con una velocidad inicial de 13 m/s y con un ángulo de 45° respecto del campo, el arco se encuentra a 13 m. Determinar:

a) ¿Qué tiempo transcurre desde que patea hasta que la pelota llega al arco?

b) ¿Convierte el gol?, ¿por qué?